# 九州大学理学部物理学科(物理学コース)

# 平成２２年度　第３年次編入学試験

# 物理学

平成２１年７月４日(土)　9:00－12:00

注意事項

（１）試験開始の合図があるまでこの冊子を開かないこと。

（２）問題冊子は表紙を含め６枚で、問題は[I]から[III]までである。

（３）解答用紙には、それぞれ受験番号と氏名を記入すること。

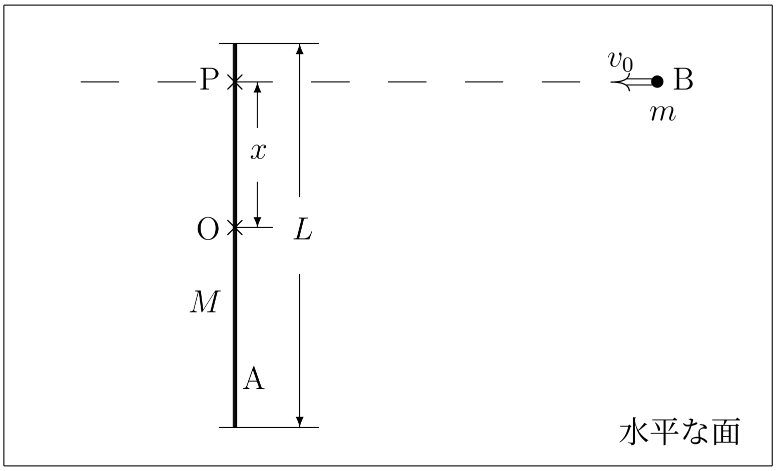
（４）解答は解答用紙の指定された箇所に記入すること。下書きには問題用紙の余白や裏面などを利用し、解答用紙の余白には下書きをしないこと。

（５）問題冊子は持ち帰ること。

## [ **I** ] (80 点)

図のように摩擦の無いなめらかで水平な面の上で、横にして静止させて置いた棒 A に質点 B を衝突させたときの運動を考える。

運動はすべて水平面内で起きるものとする。棒 A は直線の剛体で、長さ $L$、質量 $M$ であり、一様な線密度 $M/L$ をもち、太さは無視できるものとする。この棒の右側から、質量 $m$ の質点 B を棒に垂直に衝突させる。衝突前の B の速さは $v_0$ とする。棒 A の中心 (重心) を O、衝突点を P とし、OP の距離を $x$ で表わす。




棒と質点の衝突は、はねかえり係数 $e = 1$ の完全弾性衝突とする。衝突は瞬時に起きるので、B が A に与える力積は図の破線左向きの方向となり、衝突後の B の運動は破線上の等速直線運動となる。ただし、その速度は左向きを正として $v$ とする。また、棒 A の重心 O も破線と平行に左向きに運動する。以下の問いに答えよ。

**[I-1]** 運動量の保存に基づき、$M$、$m$、$v_0$、$v$、および衝突後の O の速さ $V$ の間に成り立つ関係式を書き下せ。

**[I-2]** B の衝突により棒 A は、重心 O の等速直線運動とともに、O を中心とした反時計回りの角速度 $\omega$ の回転運動をする。衝突直後に点 P が破線にそって左向きに運動する速さ $V_{\mathrm{P}}$ は、それぞれの運動の重ね合わせで与えられる。$V_{\mathrm{P}}$ を $V$、$x$、$\omega$ で表わせ。

**[I-3]** 棒 A の重心 O の回りの慣性モーメント $I$ を求め、$M$ と $L$ で与えよ。

**[I-4]** 衝突の前後での点 O の回りの角運動量の保存を考察することにより、$m$、$I$、$x$、$v_0$、$v$、$\omega$ の間に成り立つ関係式を書き下せ。

**[I-5]** 衝突のはねかえり係数が $e = 1$ であることを考慮し、$V_{\mathrm{P}}$、$v_0$、$v$ の間に成り立つ関係式を与えよ。

**[I-6]** 衝突後の棒 A の重心 O の速さ $V$ を $v_0$、$v$、$x$、$\omega$ で表わせ。

**[I-7]** 衝突後の B の速度 $v$ を $M$、$m$、$I$、$x$、$v_0$ で表わせ。

**[I-8]** 衝突後も B が運動の方向を変えずに $v > 0$ であったとする。これを実現する衝突点 P が棒上に存在するために、$M$ と $m$ が満たすべき条件を求めよ。

## [**II**] (80 点)

以下の問題は全て真空中で考えることとし、真空の誘電率を $\epsilon_0$ とする。

[**II–1**]　図 2-1 のような、半径 $a$ の円筒導体 A と半径 $b$ の円筒導体 B を同軸に配置したものを考える ($a < b$)。A と B は共に無限に長いものとし、円筒導体の厚さは無視出来る程薄いものとする。この 2 つの円筒導体に対して、単位長さあたり A に電荷 $\rho$、B に電荷 $-\rho$ を与えた。軸からの距離を $r$ として、以下の問いに答えよ。

(1) AB 間での電場の大きさを求めよ。

(2) AB 間の電位差を求めよ。

(3) この 2 つの円筒導体間の単位長さあたりの電気容量を求めよ。

(4) $\dfrac{b-a}{a} \ll 1$ ならば、(3) で求めた電気容量は、同じ表面積を持つ極板間隔 $b-a$ の平行板コンデンサーの電気容量に等しいことを示せ。

(5) B の半径 $b$ を一定に保ったまま、AB 間の電位差が一定になるように A の半径 $a$ と $\rho$ を変化させたとき、A 上での電場の大きさが最小となる $a$ は $b$ の何倍か答えよ。

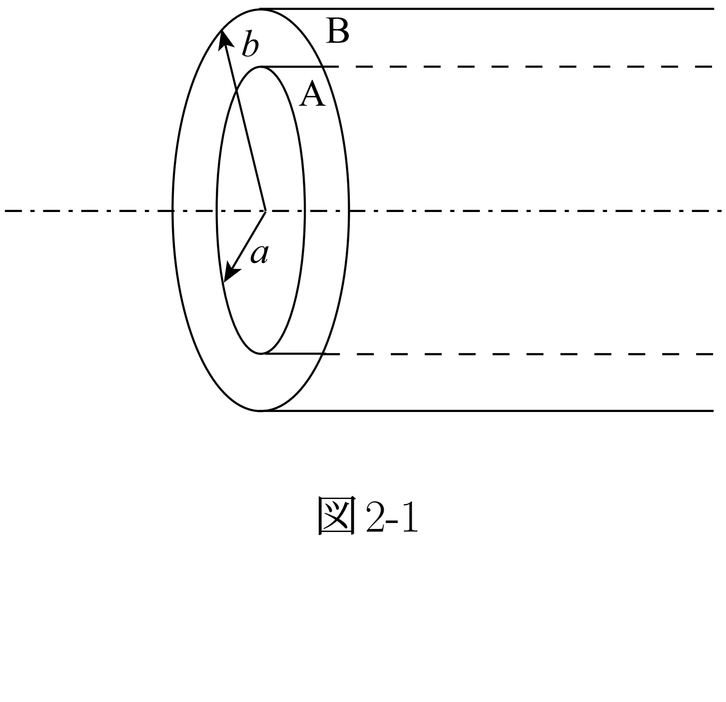



図 2-1

**[II–2]** 位置 $\vec{r} = (x, y, z)$ において、静電場 $\vec{E} = (-kx, -ky, -2kz)$ 及び静磁場 $\vec{B} = (0, 0, B)$ がある中での、質量 $m$、電荷 $q > 0$ をもつ粒子の運動を考える。ただし、$k$ は 0 または正の定数であり、$B$ は正の定数である。粒子が静電場及び静磁場から受ける力 $\vec{F}$ は、$t$ を時間として

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}$$

で与えられ、重力の影響は無視できるものとする。$z$ 方向に対しては、時刻 $t = 0$ で $z = z_0$ かつ $dz/dt = 0$ であったとする。以下の問いに答えよ。

(1) $z$ 方向の運動方程式を表せ。

(2) (1) の運動方程式を、$t = 0$ での条件を考慮して解け。

(3) $z$ 方向の運動の周期を答えよ。

(4) $x$ および $y$ 方向の運動方程式を表せ。

(5) (4) で求めた 2 つの運動方程式から、$Z = x + iy$ とおいたときに、$Z$ が満たす微分方程式を求めよ。ただし、$i$ は虚数単位である。

(6) (5) で求めた微分方程式の一般解は、

$$Z_1 e^{i\omega_1 t} + Z_2 e^{i\omega_2 t}$$

で与えられる。ただし、$Z_1$ および $Z_2$ は任意の複素数である。$\omega_1$ および $\omega_2$ を、$m$、$q$、$k$、$B$ を用いて表せ。

(7) $k = 0$ の場合を考える。$|Z_1| > 0$ かつ $|Z_2| > 0$ の場合、この荷電粒子は $xy$ 平面内で円運動することを示し、その周期を答えよ。

[Ⅲ] (80 点)

[Ⅲ-1] 次の文章を読み、問いに答えよ。

理想気体のエントロピー$S$を温度$T$と体積$V$の関数であるとすると、その変化$dS$は

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \boxed{\quad (ア) \quad} \qquad ①$$

と書ける。仕事は体積変化$dV$によるものだけとして圧力を$P$とすると、内部エネルギー$U$の変化$dU$は

$$dU = TdS - \boxed{\quad (イ) \quad} \qquad ②$$

となる。式①と②から

$$dU = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \boxed{\quad (ウ) \quad} \qquad ③$$

が得られる。

(1) 空欄(ア)〜(ウ)に適当な数式を入れよ。

(2) 式③を用いて$(\partial S/\partial V)_T = (\partial P/\partial T)_V$となることを示せ。

(3) $(\partial U/\partial V)_T = T(\partial P/\partial T)_V - P$となることを示せ。

(4) $n$モルの理想気体の圧力$P$、体積$V$、温度$T$の間には状態方程式

$$PV = nRT$$

が成立する。ここで、$R$は気体定数である。この理想気体に対して$(\partial U/\partial V)_T$を求めよ。また、得られた結果に基づいて、理想気体の内部エネルギーの特徴を述べよ。

[Ⅲ-2] 次の文章を読み、問いに答えよ。

図 3-1 のように、線密度が異なり十分に長い弦 1、2 がつなぎ合わされて、一様な張力で張られている。弦に沿って $x$ 軸をとる。弦の継ぎ目を $x=0$ とし、弦の変位の波(横波)が継ぎ目をどのように伝わるかを考える。ただし、弦 1、2 を伝わる波の速さをそれぞれ $c_1$、$c_2$ とする。

図 3-2 のように、弦 1 を $x$ の正の方向(右向き)に向かって $f(t-x/c_1)$ という波が進んでいる。この波の一部は継ぎ目で反射され、残りは継ぎ目を通過する。継ぎ目で反射される波を $g_1(t+x/c_1)$、継ぎ目を通過する波を $g_2(t-x/c_2)$ とすると、弦 1（$x<0$）を進む波は

$$y_1(x,t)=f(t-x/c_1)+g_1(t+x/c_1)$$

で表され、弦 2($x>0$)を進む波は

$$y_2(x,t)=g_2(t-x/c_2)$$

で表される。

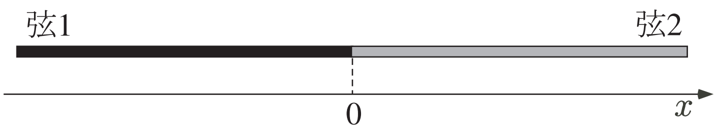



図 3-1

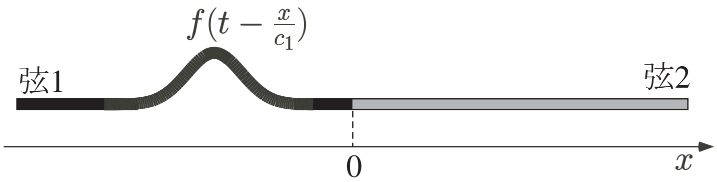



図 3-2

(1) 弦の継ぎ目で $\frac{\partial y_1}{\partial x}|_{x=0}=\frac{\partial y_2}{\partial x}|_{x=0}$ であるとする。この境界条件から

$$c_2 f(t)-c_2 g_1(t)=c_1 g_2(t)$$

が得られることを示せ。ここで $f(t)=0$ のときは $g_1(t)=0$、$g_2(t)=0$ であることを用いてよい。

(2) (1)の条件の他に、弦の継ぎ目で成り立つ $y_1$ と $y_2$ の関係を書け。

(3) $g_1(t+x/c_1)$、$g_2(t-x/c_2)$ を $f$ を用いて表せ。

(4) 弦にかかる張力を $T$、弦 1 の線密度を $\rho_1$、弦 2 の線密度を $\rho_2$ とすると、弦を進む波の速さは $c_1=\sqrt{T/\rho_1}$、$c_2=\sqrt{T/\rho_2}$ で与えられる。$\rho_1/\rho_2=1/2$ のとき、継ぎ目を通過して弦 2 に進む波の大きさ(振幅)は入射波の大きさの何倍になるか。